

ĐẠI HỌC SƯ PHẠM ĐÀ NẴNG
KHOA TOÁN

Bài giảng

PHƯƠNG TRÌNH HÀM

(cho sinh viên ngành Sư phạm Toán)

Biên soạn: TS. Tôn Thất Tú

Đà Nẵng - 8/2021

Mục lục

1	Phương trình hàm	3
1.1	Khái niệm	3
1.2	Nghiệm của phương trình hàm	4
1.3	Tính chất cơ bản của hàm số	5
1.3.1	Hàm số chẵn, hàm số lẻ	5
1.3.2	Hàm số tuần hoàn và phản tuần hoàn	6
1.3.3	Hàm tuần hoàn và phản tuần hoàn nhân tính	8
1.3.4	Mối liên hệ giữa hàm tuần hoàn cộng tính và nhân tính	9
1.4	Ví dụ về giải phương trình hàm	10
1.4.1	Phương trình dạng $f(x + a) = bf(x) + cx + d$	10
1.4.2	Phương trình dạng $F(f(x), f(\alpha(x))) = 0$	11
1.4.3	Phương trình dạng $F(f(x), f(y), f(x + y), f(x - y), x, y) = 0$	12
1.5	Đặc trưng hàm của một số hàm số sơ cấp	13
	Bài tập chương 1	15
2	Phương trình hàm với biến tự do	20
2.1	Phương trình hàm Cauchy	20
2.1.1	Bài toán	20
2.1.2	Một vài lời giải khác	21
2.1.3	Phương trình hàm Cauchy trong các lớp hàm khác	22
2.1.3.1	Lớp hàm đơn điệu	22
2.1.3.2	Lớp hàm bị chặn	22
2.1.3.3	Lớp hàm khả vi	23
2.2	Phương trình hàm của hàm mũ, hàm logarit và hàm lũy thừa	24
2.2.1	Phương trình hàm của hàm mũ	24
2.2.2	Phương trình hàm của hàm logarit	25
2.2.3	Phương trình hàm của hàm lũy thừa	25
2.3	Phương trình Jensen	26
2.4	Hàm số sinh bởi các đặc trưng của hàm lượng giác, hyperbolic và lượng giác ngược	30
2.4.1	Hàm $\cos(ax)$	30
2.4.2	Hàm $\cosh(ax)$	31

2.4.3	Hàm $\tan(ax)$	32
2.4.4	Hàm $\tanh(ax)$	33
2.4.5	Hàm $\arcsin x$	35
2.4.6	Hàm $\arccos x$	35
2.5	Ví dụ về phương trình với nhiều ẩn hàm	36
	Bài tập chương 2	39
3	Các dạng tổng quát của PTH Cauchy và ứng dụng	44
3.1	Mở rộng hàm cộng tính	44
3.2	Một vài dạng tổng quát của phương trình hàm Cauchy	47
3.2.1	Phương trình Pexider	47
3.2.2	Phương trình dạng $f(ax + by + c) = pf(x) + qf(y) + r$	48
3.2.3	Phương trình Cauchy cho hàm hai biến	49
3.3	Vấn đề về phương trình hàm Cauchy	50
3.4	Ứng dụng của phương trình hàm	55
3.4.1	Tính diện tích hình chữ nhật	55
3.4.2	Tính tổng	55
3.4.3	Tìm phân phối	56
3.4.4	Vấn đề tiền gửi ngân hàng	57
	Bài tập chương 3	57
4	Các phương pháp giải phương trình hàm	59
4.1	Phương pháp xét giá trị	59
4.2	Phương pháp thế	61
4.3	Sử dụng tính chất hàm liên tục	62
4.4	Sử dụng dãy số	63
4.5	Sử dụng tính chất đơn ánh	65
4.6	Sử dụng các tập trù mật	67
4.7	Hàm khả vi	70
	Bài tập chương 4	71