TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM - ĐHĐN
KHOA TOÁN

TS. PHAN ĐỨC TUẤN

Giáo trình

CƠ SỞ GIẢI TÍCH ĐẠI SỐ

Tháng 12 năm 2019

MỤC LỤC

LỜI MỞ ĐẦU

Cách đây 220 năm, thuật ngữ "Giải tích đại số" ("Algebraic Analysis") ban đầu được Lagrange sử dụng trong tựa đề cuốn sách của ông để chỉ các kết quả đạt được bằng các phép tính đại số trên các đại lượng giải tích. Ý tưởng chính của Giải tích đại số hiện nay xuất phát từ toán tử đạo hàm $D = d/dt$ là toán tử khả nghịch phải trong một số không gian hàm. Sự khác biệt cơ bản của Giải tích đại số và Giải tích toán tử là trong Giải tích đại số thì khái niệm tích chập là không cần thiết, không cần cấu trúc trường và sự không giao hoán của toán tử khả nghịch phải, toán tử ban đầu.

Lý thuyết về toán tử khả nghịch phải được hình thành và phát triển từ năm 1972, bởi sự nghiên cứu của D. Przeworska- Rolewicz, và sau đó được phát triển bởi H. Von Trotha, Z. Binderman và nhiều nhà toán học khác trên thế giới [8]. Với sự ra đời của lý thuyết này, bằng ngôn ngữ thống nhất đã mô hình hoá các phương trình vi phân, tích phân, vi tích phân, phương trình đạo hàm riêng, phương trình sai phân, ... thành các phương trình toán tử khả nghịch phải, khả nghịch suy rộng. Cùng với sự ra đời của lý thuyết này, các bài toán giá trị biên, giá trị ban đầu và bài toán giá trị biên hỗn hợp, các bài toán nội suy ... đã được rất nhiều nhà nghiên cứu quan tâm xem xét, nhờ lý thuyết toán tử khả nghịch phải, các nhà toán học đã chỉ ra các thuật toán để xây dựng nghiệm của các bài toán trên dưới dạng hiển một cách rất hữu hiệu.

Giáo trình này giới thiệu một số lớp toán tử tuyến tính đặc biệt, bốn loại khả nghịch của toán tử và phương pháp tổng quát giải phương trình toán tử theo loại khả nghịch tương ứng. Giáo trình gồm ba chương được bố cụ như sau:

Chương 1, nhắc lại một số cấu trúc đại số cơ bản gồm nhóm, vành, trường và không gian tuyến tính. Trình bày khái niệm và các tính chất của toán tử tuyến tính, toán tử chiếu, toán tử đại số và toán tử Volterra.

Chương 2, lần lượt trình bày về bốn loại khả nghịch của toán tử gồm khả nghịch, khả nghịch phải, khả nghịch trái và khả nghịch suy rộng. Trong đó, khả nghịch phải được quan tâm hơn cả vì các toán tử phổ dụng như toán tử đạo hàm, đạo hàm riêng và toán tử sai phân đều là toán tử khả nghịch phải. Sự liên hệ giữa toán tử khả nghịch suy rộng và lý thuyết ma trận cũng là một vấn đề khá thú vị của chương này.

Chương 3, trình bày phương pháp tổng quát giải phương trình toán tử theo loại khả nghịch. Áp dụng các phương pháp tổng quát để giải một số phương trình sai phân, vi phân, đạo hàm riêng, tích phân và phương trình ma trận.

Cuối mỗi chương là những bài tập luyện tập được lựa chọn theo tiêu chí bổ sung, làm rõ các kiến thức trong chương và rèn luyện kỹ năng tính toán cho bạn đọc.

Giáo trình này được viết chủ yếu phục vụ cho học viên cao học các ngành Toán Giải tích, Đại số và Lý thuyết số, Phương pháp toán sơ cấp thuộc Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng và những ai quan tâm đến Giải tích đại số. Tư tưởng chủ đạo trong suốt quá trình viết giáo trình là cần phải trình bày rõ ràng, dễ hiểu để học viên có thể tự nghiên cứu. Bởi vậy, tôi đã chứng minh chi tiết các kết quả chính và đưa ra khá nhiều ví dụ minh họa.

Tác giả mong nhận được những góp ý của bạn đọc và đồng nghiệp để giáo trình ngày một hoàn thiện hơn.

Tác giả