ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM
TS. Phạm Quý Mười

Giáo trình
Lý thuyết bài toán đặt không chỉnh

(Dùng cho học viên cao học
Chuyên ngành Toán giải tích)

NHÀ XUẤT BẢN THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

Lời nói đầu

Chúng ta gọi hai bài toán ngược nhau nếu mỗi bài toán trong hai bài toán đó yêu cầu thông tin (đầy đủ hoặc một phần) của bài toán còn lại. Với định nghĩa này, chúng ta có thể tùy ý gọi một trong hai bài toán là bài toán thuận hoặc bài toán ngược. Nhưng thông thường, một trong hai bài toán đó đã được nghiên cứu trước hoặc đã được nghiên cứu chi tiết hơn. Bài toán này thường được gọi là bài toán thuận, bài toán còn lại là bài toán ngược. Tuy nhiên, có một sự khác biệt quan trọng giữa hai bài toán này. Hadamard (xem [11]) đã giới thiệu khái niệm "bài toán đặt chỉnh", bắt nguồn từ triết lí cho rằng một mô hình toán học của một bài toán vật lí phải có các tính chất: tính duy nhất, tính tồn tại và tính ổn định của nghiệm. Nếu một trong các tính chất này không đúng, ông ấy gọi bài toán là "đặt không chỉnh". Điều này dẫn đến nhiều bài toán ngược thú vị và quan trọng trong khoa học là các bài toán đặt không chỉnh, trong đó bài toán thuận là đặt chỉnh. Thông thường, tính tồn tại và duy nhất của nghiệm có thể đạt được bằng cách mở rộng hoặc thu hẹp không gian nghiệm. Tuy nhiên, đối với tính ổn định của nghiệm, người ta phải thay đổi tôpô của các không gian, cái mà không thể thực hiện được trong nhiều trường hợp bởi vì sự xuất hiện sai số đo đạc. Mới nhìn qua thì có vẽ như là không thể tính toán nghiệm số của bài toán đặt không chỉnh nếu nghiệm của bài toán không phụ thuộc liên tục vào dữ liệu. Tuy nhiên, với các điều kiện tiên nghiệm về nghiệm được thêm vào, chẳng hạn như tính trơn và tính bị chặn của các đạo hàm, người ta có thể khôi phục tính ổn định và cấu trúc các giải thuật số hữu hiệu cho bài toán.

Trong giáo trình này chúng tôi không trình bày tất cả các chủ đề trong lí thuyết các bài toán ngược. Thật sự, với sự phát triển nhanh của lĩnh vực này và mối quan hệ của nó với nhiều lĩnh vực khoa học tự nhiên và kỹ thuật khác, một công việc như thế là không thể đối với một giáo trình. Mục tiêu của giáo trình này là giới thiệu cho người đọc những khái niệm cơ bản trong lý thuyết bài toán đặt không chỉnh, những khó khăn gặp phải đối với các bài toán đặt không chỉnh và một số phương pháp chỉnh hóa cho các bài toán này. Xem xét tính đặt không chỉnh của một số các bài toán trong thực tiễn. Sau đó, chúng tôi trình bày các tính chất cơ bản của các phương pháp chỉnh hóa cho các bài toán ngược tuyến tính. Những phương pháp này có thể được phân loại thành hai lớp tùy thuộc vào việc chọn tham số chỉnh hóa là tiên nghiệm hay hậu nghiệm. Chúng tôi trình bày một vài lược đồ chỉnh hóa quan trọng nhất một cách chi tiết.

Nhằm mục đích phục vụ công tác giảng dạy và học tập của học viên cao học Ngành toán giải tích tại Khoa Toán - Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng, chúng tôi đã biên soạn giáo trình "***Lý thuyết bài toán đặt không chỉnh***", với thời lượng giảng dạy 2 tín chỉ (30 tiết). Nội dung giáo trình bao gồm 03 chương, cụ thể như sau:

Chương 1. Một số kết quả quan trọng trong giải tích hàm: Giới thiệu các khái niệm cơ bản như: không gian định chuẩn, không gian Hilbert, hệ trực chuẩn, toán tử tuyến tính, bị chặn, compact, lý thuyết phổ và đạo hàm Fréchet,... Các kết quả trong chương này được sử dụng trong hai chương sau.

Chương 2. Tổng quan về bài toán ngược, bài toán đặt không chỉnh và các ví dụ: Tập trung làm rõ các khái niệm cơ bản như bài toán thuận, bài toán ngược, bài toán đặt chỉnh, bài toán đặt không chỉnh và sai số trong trường hợp xấu nhất. Chương này cũng trình bày hệ thống các ví dụ về các bài toán thuận, ngược, đặt không chỉnh từ đơn giản đến phức tạp và các bài toán thực tế. Từ đó giúp người đọc hiểu sâu hơn các khái niệm và tầm quan trọng của các bài toán này.

Chương 3. Lý thuyết chỉnh hóa phương trình loại một: Trình bày tổng quan về phương pháp chỉnh hóa. Trên cơ sở đó, chúng tôi trình bày một số phương pháp chỉnh hóa cụ thể, thông dụng như phương pháp chỉnh hóa bởi hàm lọc, phương pháp chỉnh hóa Tikhonov và phương pháp chỉnh hóa lặp.

Chúng tôi áp dụng các phương pháp này vào giải một số bài toán ngược đặt không chỉnh cụ thể. Các chương trình được viết bằng ngôn ngữ Matlab. Để tiện cho người đọc, chúng tôi trình bày sơ lược về các lệnh cơ bản trong Matlab và các chương trình tương ứng với các phương pháp chỉnh hóa khác nhau trong phần phụ lục của giáo trình này.

Giáo trình được biên soạn bám sát đề cương môn học, tập trung vào các kiến thức cơ bản và các kỹ năng cần thiết theo chuẩn đầu ra của môn học. Bên cạnh đó, nội dung giáo trình chú trọng đến các khái niệm cơ bản, các phương pháp chỉnh hóa quan trọng, thường dùng để giải các bài toán ngược tuyến tính đặt không chỉnh. Ngoài ra, để có một nghiên cứu sâu và đầy đủ, các bạn học viên cao học có thể tham khảo thêm một số nguồn tài liệu tham khảo được giới thiệu cụ thể trong giáo trình.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng trong công tác biên soạn, tham khảo nhiều tài liệu và trình bày một cách có hệ thống để giúp các bạn đọc dễ dàng tiếp cận hơn, song giáo trình được biên soạn lần đầu sẽ khó tránh khỏi sai sót. Tác giả rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của bạn đọc để giáo trình được hoàn thiện hơn trong lần tái bản sau. Mọi góp ý xin được gửi về địa chỉ: Khoa Toán, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng.

Xin trân trọng cảm ơn./.

Đà Nẵng, tháng 6 năm 2018

Tác giả

Danh mục các ký hiệu

$\mathbb{N}$	Tập hợp các số tự nhiên: $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$
$\mathbb{R}$	Tập hợp các số thực
$\mathbb{C}$	Tập hợp các số phức
$\mathbb{K}$	Một trường số, thông thường $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ hoặc $\mathbb{K} = \mathbb{C}$
X, Y	Không gian định chuẩn (hoặc Hilbert) X, Y
$L^2(a,b)$	Không gian các hàm bình phương khả tích trên $[a,b]$
$H^1(a,b)$	Không gian Sobolev
$dimX$	Số chiều của không gian X
$L(X,Y)$	Không gian các toán tử tuyến tính liên tục từ X vào Y
$C[a,b]$	Không gian các hàm (thực hoặc phức) liên tục trên $[a,b]$
$D(K)$	Miền xác định của toán tử K
$R(K)$	Miền giá trị của toán tử K
$\|K\|$	Chuẩn của toán tử K
K^*	Toán tử liên hợp của toán tử K
I	Toán tử đơn vị
(μ_j, x_j, y_j)	Hệ kỳ dị của toán tử compact đang được khảo sát
inf	Cận dưới đúng
sup	Cận trên đúng
R_α	Toán tử chỉnh hóa
α	Tham số chỉnh hóa

Mục lục