ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Tôn Thất Tú (Chủ biên)
Lê Văn Dũng - Tạ Công Sơn

Giáo trình

LÝ THUYẾT XÁC SUẤT

Đà Nẵng - 2021

MỤC LỤC

BẢNG KÝ HIỆU VIẾT TẮT

$\mathbb{R}$	tập tất cả các số thực
$\mathbb{R}^+$	tập tất cả các số thực dương
$\mathbb{Z}$	tập tất cả các số nguyên
$\mathbb{N}$	tập tất cả các số tự nhiên
$\lvert A\rvert$	số phần tử của tập A
$m(S)$	số đo của miền S
$P(\cdot)$	xác suất
$P(\cdot\lvert B)$	xác suất có điều kiện
C_n^k	hệ số tổ hợp chập k của n phần tử
$A \cap B, AB$	giao của hai biến cố A, B
$A \cup B$	hợp của hai biến cố A, B
$\overline{A}$	biến cố đối của biến cố A
Ω	không gian mẫu
$\mathcal{B}(\mathbb{R}), \mathcal{B}(\mathbb{R}^2)$	$\sigma-$đại số Borel trên $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2$
$E(\cdot)$	kỳ vọng toán
$V(\cdot)$	phương sai
$f_X(\cdot)$	hàm mật độ xác suất của X
$F_X(\cdot)$	hàm phân phối xác suất của X
$p(\cdot)$	hàm xác suất đối với biến ngẫu nhiên rời rạc
$SD(\cdot)$	độ lệch chuẩn
$med(\cdot)$	trung vị
$\varphi(\cdot)$	hàm mật độ xác suất của phân phối $N(0, 1)$
$\Phi(\cdot)$	hàm phân phối xác suất của phân phối $N(0, 1)$
$B(n, p)$	phân phối nhị thức với 2 tham số n, p
$Ber(p)$	phân phối Bernoulli với tham số p
$Poi(\lambda)$	phân phối Poisson với tham số λ
$U([a, b])$	phân phối đều trên đoạn $[a, b]$
$Exp(\lambda)$	phân phối mũ với tham số λ
χ_n^2	phân phối χ^2 với n bậc tự do
T_n	phân phối Student với n bậc tự do
$F_{m,n}$	phân phối F với m, n bậc tự do
$I_A, I(A)$	hàm chỉ tiêu của tập A
$X(\Omega)$	tập giá trị của biến ngẫu nhiên X
$E(\cdot\lvert Y = y)$	kỳ vọng có điều kiện
$N(\mu, \sigma^2)$	phân phối chuẩn với 2 tham số μ, σ^2
$\mathrm{Cov}(\cdot, \cdot)$	hiệp phương sai

$\rho(\cdot,\cdot)$	hệ số tương quan
$\xrightarrow{h.c.c}$	hội tụ hầu chắc chắn
$\xrightarrow{P}$	hội tụ theo xác suất
$\xrightarrow{d}$	hội tụ theo phân phối
$\phi_X(\cdot)$	hàm đặc trưng của biến ngẫu nhiên X
$\log^+(x)$	$\max\{1, \ln(x)\}$
$a_n \asymp b_n$	$0 < \liminf a_n/b_n \le \limsup a_n/b_n < +\infty$
$U(n)$	phân phối xác suất của X_n
$p_{ik}(n)$	xác suất chuyển sau n bước
Π	phân phối dừng
$i \to j$	trạng thái i đến được trạng thái j
$i \leftrightarrow j$	trạng thái i và j liên lạc được

LỜI NÓI ĐẦU

Trong thực tế có những hiện tượng mà ta không thể biết trước nó có xảy ra hay không khi thực hiện một lần quan sát. Những hiện tượng có tính chất như vậy được gọi là hiện tượng ngẫu nhiên. Việc nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên, tìm hiểu quy luật xuất hiện cũng như xây dựng các mô hình toán học để mô tả các hiện tượng này có ý nghĩa quan trọng trong khoa học cũng như trong thực tiễn. Lý thuyết xác suất – một ngành khoa học thuộc lĩnh vực Toán học, ra đời nhằm đáp ứng yêu cầu đó.

Lý thuyết xác suất xuất hiện vào khoảng cuối thế kỷ XVII với các trao đổi, nghiên cứu về các trò chơi may rủi giữa các nhà toán học. Đây được xem là những viên gạch đầu tiên cho lĩnh vực khoa học này. Cơ sở toán học vững chắc cho lý thuyết xác suất được xây dựng bởi nhà toán học người Nga tên là A.N. Kolmogorov. Vào năm 1933, tác giả này đã cho xuất bản quyển sách trình bày những nghiên cứu cơ bản về xác suất, đánh dấu sự phát triển của lĩnh vực này theo hướng hiện đại dựa trên nền tảng của lý thuyết độ đo.

Do tính ứng dụng rộng rãi của lĩnh vực này trong các ngành khoa học cũng như trong cuộc sống, lý thuyết xác suất đã được đưa vào giảng dạy ở bậc phổ thông, cao đẳng và đại học ở hầu hết các nước trên thế giới với các mức độ kiến thức khác nhau. Nhìn chung, các giáo trình hiện tại ở Việt Nam về lĩnh vực này chủ yếu viết cho sinh viên các ngành kinh tế và kỹ thuật ở mức độ cơ bản. Một số giáo trình chuyên sâu phù hợp cho các học viên cao học và nghiên cứu sinh ngành Toán. Đối với sinh viên ngành Sư phạm Toán và cử nhân Toán, các khái niệm, tính chất và kết quả về lĩnh vực này cũng cần được hệ thống và trình bày chặt chẽ hơn. Giáo trình này được biên soạn nhằm đáp ứng những yêu cầu đó. Nội dung giáo trình được viết dựa trên chương trình đào tạo đối với sinh viên ngành Toán, được chia làm 5 chương. Chương 1 giới thiệu khái niệm xác suất, các tính chất và công thức tính xác suất. Chương 2 trình bày về biến ngẫu nhiên, các số đặc trưng và một số luật phân phối thường gặp. Chương 3 giới thiệu về vectơ ngẫu nhiên hai chiều. Chương 4 cung cấp một số khái niệm về sự hội tụ trong xác suất và các định lý giới hạn. Chương 5 được dành để nghiên cứu xích Markov với thời gian rời rạc. Bên cạnh các kiến thức lý thuyết, một hệ thống đa dạng các ví dụ minh hoạ cũng như bài tập được cung cấp để giúp người học có thể tự học, tự rèn luyện nhằm củng cố kiến thức và các kỹ năng vận dụng lý thuyết.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng trong công tác biên soạn, tham khảo các tài liệu và trình bày các kiến thức một cách có hệ thống, song giáo trình sẽ khó tránh khỏi các sai sót. Tác giả rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của các bạn đọc để giáo trình được hoàn thiện hơn trong lần tái bản sau. Mọi góp ý xin được gửi về địa chỉ: Khoa Toán, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng.

Qua đây tác giả xin bày tỏ lời cảm ơn với Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng cũng như các thầy, cô trong khoa Toán, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng đã ủng hộ và giúp đỡ trong quá trình biên soạn.

Đà Nẵng, tháng 11 năm 2021

Các tác giả