

ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Chủ Văn Tiệp (Chủ biên)  
Nguyễn Thành Chung - Nguyễn Hoàng Thành

# GIẢI TÍCH SỐ

(Lưu hành nội bộ)

NHÀ XUẤT BẢN THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

## LỜI NÓI ĐẦU

Giải tích số hay còn gọi là Phương pháp số, Phương pháp tính, Toán học tính toán là một lĩnh vực của toán học chuyên nghiên cứu các phương pháp số giải gần đúng các bài toán thực tế được mô hình hóa bằng ngôn ngữ toán học. Giải tích số có nhiều ứng dụng trong khoa học và kỹ thuật, đặc biệt trong thế kỷ XXI, Giải tích số được ứng dụng trong khoa học xã hội, y học, tài chính, chẳng hạn nghiệm số của phương trình vi phân được sử dụng trong thiên văn học để dự đoán chuyển động của các hành tinh, các vì sao và các thiên hà, phương pháp số trong đại số tuyến tính được sử dụng để phân tích dữ liệu, các phương pháp số trong kỹ thuật siêu âm để chuẩn đoán tế bào ung thư, dò mìn, lý thuyết nội suy và xấp xỉ hàm số được sử dụng trong dự báo thời tiết, dự báo biến đổi khí hậu, sự phát triển lây lan của dịch cúm,... Sự phát triển của máy tính hiện đại trước và trong thế chiến thứ hai cùng với sự phát triển của ngôn ngữ lập trình bậc cao đã thúc đẩy Giải tích số lên một tầm cao mới mà tiên phong trong lĩnh vực này là Alan Mathison Turing (1912-1954) và John von Neumann (1903-1957). Ngày nay Giải tích số được ứng dụng ngày càng rộng rãi trong đời sống hàng ngày, chẳng hạn trong thiết kế máy bay, ô tô, chuẩn đoán bệnh, phân tích thị trường chứng khoán, xử lý dữ liệu...

Hiện nay giáo trình về Giải tích số bằng tiếng Việt chưa nhiều, trong đó phải kể đến các cuốn sách hay được giới thiệu ở các tài liệu tham khảo [1, 2, 3]. Tuy nhiên, những cuốn sách này đã được xuất bản khá lâu. Cuốn sách này nhằm cung cấp cho sinh viên những kiến thức

cơ bản để tìm nghiệm xấp xỉ của các phương trình đại số và phương trình vi phân, hệ phương trình đại số tuyến tính, xấp xỉ hàm số...

Với sự phát triển của cách mạng công nghệ thông tin như hiện nay, việc dạy và học môn học này trong các trường đại học cũng cần có những sự thay đổi cho phù hợp, chẳng hạn việc học Giải tích số cần gắn với việc chạy chương trình số trên các phần mềm tính toán hiện đại và hiệu quả, giảm nhẹ về kiến thức toán học ở mức độ chuyên sâu (xem [4, 5, 6, 7, 8]). Với quan điểm đó, cuốn sách này được biên soạn theo hướng thực hành và chi tiết các chứng minh khi cần thiết. Sách được biên soạn theo chương trình đào tạo sinh viên sư phạm Toán của Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng và Trường Đại học Quảng Bình với thời lượng 3 tín chỉ (45 tiết). Ngoài ra, cuốn sách cũng có thể được sử dụng để tham khảo khi giảng dạy học phần Phương pháp tính cho các trường kỹ thuật.

Nội dung cuốn sách gồm 7 chương chính cùng với phần phụ lục các kiến thức về về phần mềm và một số kiến thức toán học cần thiết:

- Chương 1. Sai số;
- Chương 2. Phép nội suy;
- Chương 3. Tính gần đúng đạo hàm và tích phân;
- Chương 4. Nghiệm số của phương trình phi tuyến;
- Chương 5. Nghiệm số của hệ phương trình đại số tuyến tính và bài toán tìm giá trị riêng và vector riêng;
- Chương 6. Phương pháp xấp xỉ trung bình phương;
- Chương 7. Giải gần đúng phương trình vi phân.

Cùng với đó, cuốn sách còn có phần hướng dẫn sử dụng phần mềm MATLAB và Python để chạy chương trình các bài toán lớn với độ chính xác cao. Để chạy số các chương trình có rất nhiều phần mềm, ví

dụ Maple, MATLAB, R, C++, Python... Chúng tôi chọn trình bày hai phần mềm trong số đó là MATLAB và Python. Phần mềm MATLAB tương đối mạnh và giao diện trực quan, dễ sử dụng là lựa chọn hàng đầu cho những người làm về giải số. Tuy nhiên, đây là phần mềm bản quyền, cho nên chúng tôi chọn minh họa thêm một phần mềm mã nguồn mở là Python để phù hợp với đa số người học là học sinh, sinh viên. Ngoài ra, do môn Giải tích số cần kiến thức chuẩn bị của nhiều môn học khác ví dụ Giải tích, Đại số tuyến tính, Phương trình vi phân, Phương trình đạo hàm riêng, Giải tích hàm, Xác suất thống kê,... nên để cho người đọc tiện nắm bắt vấn đề, các kiến thức cơ bản về các lĩnh vực trên sẽ được nhắc lại mỗi chương hoặc ở phần phụ lục.

Mặc dù nhóm tác giả đã dành nhiều thời gian và công sức trong công tác biên soạn, tham khảo các tài liệu và trình bày một cách hệ thống, song cuốn sách sẽ khó tránh khỏi các thiếu sót. Chúng tôi rất mong nhận được ý kiến phản hồi từ bạn đọc để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong lần tái bản sau. Mọi góp ý xin gửi về địa chỉ: Khoa Toán, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng - 459 Tôn Đức Thắng - Đà Nẵng - Việt Nam.

Qua đây, chúng tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành tới Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng, cũng như các thầy, cô trong khoa Toán, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng đã ủng hộ, động viên trong quá trình biên soạn cuốn sách này.

*Đà Nẵng, tháng 11 năm 2021*

**Các tác giả**



# Mục lục

LỜI NÓI ĐẦU . . . . .	3
<b>Chương 1. SAI SỐ</b> . . . . .	13
1.1 Sai số tuyệt đối và sai số tương đối . . . . .	13
1.2 Các loại sai số . . . . .	13
1.3 Sai số quy tròn . . . . .	14
1.4 Cách viết số xấp xỉ . . . . .	15
1.5 Các quy tắc tính sai số . . . . .	16
1.6 Thuật toán . . . . .	16
1.7 Mã giả . . . . .	17
<b>Chương 2. PHÉP NỘI SUY</b> . . . . .	21
2.1 Mở đầu . . . . .	21
2.2 Phương pháp Vandermonde . . . . .	22
2.3 Nội suy Lagrange . . . . .	24
2.4 Chọn mốc nội suy tối ưu . . . . .	28
2.4.1 Hiện tượng Runge . . . . .	28
2.4.2 Mốc nội suy Chebyshev . . . . .	30
2.5 Nội suy Newton . . . . .	35
2.5.1 Tỷ sai phân . . . . .	37
2.5.2 Mốc cách đều . . . . .	41
2.6 Nội suy Hermite . . . . .	46

2.7	Hàm ghép tron	50
-----	---------------	----

### Chương 3. TÍNH GẦN ĐÚNG ĐẠO HÀM

	<b>VÀ TÍCH PHÂN</b>	59
3.1	Tính gần đúng đạo hàm	59
3.2	Tính gần đúng tích phân	64
3.2.1	Công thức hình thang	64
3.2.2	Công thức Simpson	65
3.2.3	Bậc chính xác	66
3.2.4	Công thức Newton - Cotes	67
3.2.5	Công thức hình thang mở rộng và công thức Simpson mở rộng	69
3.3	Công thức Gauss	71
3.3.1	Đa thức Legendre	72
3.3.2	Công thức Gauss với khoảng $[a, b]$ tùy ý	77
3.3.3	Công thức Gauss - Chebyshev	79
3.3.4	Công thức Gauss - Laguerre	80
3.3.5	Công thức Gauss - Hermite	82
3.4	Phương pháp Monte - Carlo	84

### Chương 4. NGHIỆM SỐ CỦA PHƯƠNG TRÌNH

	<b>PHI TUYẾN</b>	93
4.1	Mở đầu	93
4.2	Phương pháp chia đôi	98
4.3	Phương pháp lặp đơn	101
4.4	Tốc độ hội tụ	105
4.5	Phương pháp Newton	106
4.5.1	Mô tả phương pháp	106
4.5.2	Cách chọn điểm $x_0$ để đảm bảo thuật toán hội tụ	116
4.5.3	Thuật toán Newton cải tiến cho trường hợp phương trình có nghiệm bội	116
4.6	Phương pháp dây cung	118

4.7	Giải đa thức . . . . .	122
4.7.1	Phương trình đa thức và sự phân bố nghiệm . .	122
4.7.2	Nghiệm phức và phương pháp Muller . . . . .	129

**Chương 5. NGHIỆM SỐ CỦA HỆ PHƯƠNG TRÌNH  
TUYẾN TÍNH VÀ BÀI TOÁN  
TÌM GIÁ TRỊ RIÊNG, VECTOR RIÊNG . . . . .**

5.1	Mở đầu . . . . .	141
5.1.1	Đặt vấn đề . . . . .	141
5.1.2	Số điều kiện của ma trận . . . . .	141
5.2	Phương pháp trực tiếp . . . . .	145
5.2.1	Phương pháp khử Gauss . . . . .	145
5.2.2	Phương pháp phân tích LU . . . . .	148
5.2.3	Phương pháp Cholesky . . . . .	152
5.3	Phương pháp lặp đơn . . . . .	155
5.3.1	Phương pháp Jacobi . . . . .	157
5.3.2	Phương pháp Gauss - Seidel . . . . .	161
5.3.3	Phương pháp giảm dư quá hạn liên tiếp . . . .	165
5.4	Phương pháp tính gần đúng giá trị riêng, vector riêng của ma trận . . . . .	171

**Chương 6. PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ**

	<b>TRUNG BÌNH PHƯƠNG . . . . .</b>	<b>177</b>
6.1	Xấp xỉ tốt nhất trong không gian Hilbert . . . . .	177
6.1.1	Bất đẳng thức Bessel và đẳng thức Parseval . .	177
6.1.2	Xấp xỉ tốt nhất trong không gian Hibert . . . .	180
6.2	Xấp xỉ tốt nhất trong $L^2[a, b]$ . . . . .	183
6.2.1	Xấp xỉ bằng đa thức đại số . . . . .	183
6.2.2	Xấp xỉ bằng đa thức trực giao . . . . .	184
6.3	Xấp xỉ trung bình phương hàm cho dưới dạng bảng bằng đa thức đại số . . . . .	189



## Chương 7. GIẢI GẦN ĐÚNG PHƯƠNG TRÌNH

<b>VI PHÂN</b> . . . . .	195
7.1 Một số khái niệm về phương trình vi phân thường . . .	195
7.2 Phương pháp một bước . . . . .	197
7.2.1 Phương pháp xấp xỉ Picard . . . . .	197
7.2.2 Phương pháp chuỗi Taylor . . . . .	199
7.2.3 Phương pháp Euler . . . . .	200
7.2.4 Phương pháp Euler cải tiến . . . . .	203
7.2.5 Phương pháp Runge - Kutta . . . . .	203
7.3 Phương pháp đa bước . . . . .	209
7.3.1 Phương pháp Adams - Bashforth . . . . .	211
7.3.2 Phương pháp Adams - Moulton . . . . .	214
7.4 Hệ phương trình vi phân tuyến tính . . . . .	216
7.4.1 Phương pháp Euler giải hệ phương trình vi phân	217
7.4.2 Phương pháp Runge - Kutta giải hệ phương trình vi phân . . . . .	219
<b>Phụ lục A. PHẦN MỀM TOÁN HỌC</b> . . . . .	227
A.1 MATLAB . . . . .	227
A.1.1 Mở đầu về MATLAB . . . . .	227
A.1.2 Giao diện . . . . .	227
A.1.3 Các phép toán . . . . .	228
A.1.4 Vẽ đồ thị cơ bản . . . . .	229
A.2 Python . . . . .	229
A.2.1 Tổng quan . . . . .	229
A.2.2 Một số lệnh cơ bản trong Python . . . . .	230
A.2.3 Thư viện trong Python . . . . .	235
<b>Phụ lục B. GIẢI TÍCH TOÁN HỌC</b> . . . . .	237
B.1 Hàm số và tính liên tục . . . . .	237
B.2 Đạo hàm . . . . .	237
B.3 Một số kết quả của giải tích hàm . . . . .	240

<b>Phụ lục C. ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH</b> . . . . .	243
C.1 Ma trận và định thức . . . . .	243
C.1.1 Định nghĩa ma trận . . . . .	243
C.1.2 Các phép biến đổi sơ cấp . . . . .	243
C.1.3 Định thức và cách tính . . . . .	244
C.2 Hệ phương trình tuyến tính . . . . .	245
C.3 Giá trị riêng, vector riêng . . . . .	248
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO</b> . . . . .	249